

FOTON 21

Biuletyn Sekcji Nauczycielskiej Polskiego Towarzystwa Fizycznego
Instytut Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego
Wydział Mat.-Fiz.-Chem. Polskiej Akademii Umiejętności

WRZESIEŃ 1993

32 ZJAZD POLSKIEGO TOWARZYSTWA FIZYCZNEGO

Bajka o Nietoperzach
A. Trautmana



pisk
pisku
nie dogoni

ZAGADNIENIA DYDAKTYKI FIZYKI W SZKOŁACH WYŻSZYCH

Andrzej Trautman

*Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytet Warszawski
Warszawa*

O tym, jak nietoperze obaliły teorię względności

How bats have proved the theory of relativity to be wrong

Abstract: In this didactic article, the theory of special relativity is derived from simple assumptions, somewhat different from the traditional postulates of relativity and constancy of the velocity of light. The basic assumption is that clocks are synchronized by 'universal signals'. Bats might have assumed them to be provided by sound, but they would have found that elementary clocks do not run in agreement with such a synchronization mechanism.

Szczególna teoria względności Einsteina, akceptowana i stale używana przez fizyków, budzi jeszcze czasami wątpliwości wśród osób stykających się z nią po raz pierwszy i pragnących zrozumieć jej podstawy i miejsce w rozwoju nauki. Wątpliwości te bywają wywołane lekturą książek popularnonaukowych, których autorzy przedstawiają tę teorię jako źródło paradoksów i starają się epatować czytelnika uproszczonymi, ale łatwymi do zapamiętania zdaniami o skracaniu wymiarów ciał i spowalnianiu zegarów w ruchu. Nie bez winy są także fizycy, którzy oswoili się z teorią względności na tyle, że większość z nich nie czuje potrzeby przedstawiania jej podstaw w sposób staranny i przystępny dla laików. Tradycyjnie, wykłady teorii względności rozpoczyna się od przypomnienia doświadczeń Michelsona i Morleya. Fizycy ci, w końcu XIX w., wykonali za pomocą specjalnie

zbudowanego interferometru pomiary mające na celu stwierdzenie ruchu Ziemi względem hipotetycznego *eteru*, ośrodka, mającego być nośnikiem fal elektromagnetycznych, a w szczególności światła. Z negatywnego wyniku tych doświadczeń wysnuwa się wniosek, formułowany jako *postulat stałości prędkości światła*; w połączeniu z *postulatem względności*, mówiącym o równouprawnieniu wszystkich inercjalnych układów odniesienia, wyprowadza się z niego postać przekształceń Lorentza. Podejście takie nie jest historycznie w pełni uzasadnione, gdyż Einstein, formułując w 1905 r. swoją teorię, wcale się nie odwoływał do tych doświadczeń, chociaż prawdopodobnie o nich wiedział (zob. [4], s. 115-119). Z drugiej strony, negatywne wyniki doświadczeń Michelsona i Morleya można wyjaśnić na podstawie *hipotezy emisyjnej* Ritza, według której światło rozchodzi się w próżni ze stałą, taką samą prędkością, ale w układzie odniesienia źródła.

O prawdziwości szczególnej teorii względności, tzn. o tym, że opisuje ona dobrze – a w każdym razie lepiej niż fizyka Newtona i Galileusza – stosunki czasoprzestrzenne, łącznie z tymi przy dużych prędkościach, świadczy ogromne bogactwo zjawisk towarzyszących ruchom, przyśpieszaniu, zderzeniom i rozpadom cząstek elementarnych i atomów. Nowe spojrzenie na tę teorię zawdzięczamy fizyce zjawisk kwantowych i nierozróżnialności cząstek („wszystkie elektrony są dokładnie jednakowe”). Z tego powodu wydaje się celowe rozpoczynanie wykładu szczególnej teorii względności od sformułowania prostych obserwacji („zasad”, „postulatów”) dostosowanych do obecnego stanu fizyki. Celem tego artykułu jest właśnie przedstawienie takiego zespołu postulatów i naszkicowanie, w jaki sposób można z niego w prosty sposób wydedukować znane przewidywania szczególnej teorii względności. Podejście to jest oparte w znacznej mierze na wykładzie Bondiego [1]; w nieco innej postaci można je także znaleźć w [3] i [5]. Istotną rolę odgrywają w nim wyróżnione sygnały, służące do synchronizacji zegarów; w szczególnej teorii względności są nimi sygnały elektromagnetyczne (światłne), ale jak to podkreślał sam Einstein (zob. [2], s. 37) mogłyby być nimi inne, „uniwersalne” sygnały. Aby uwypuklić ten punkt widzenia i równocześnie unaocznic wyróżnioną rolę zjawisk elektromagnetycznych w przyrodzie, artykuł kończy się bajką o nietoperzach, które, gdyby rozwinęły fizykę, mogłyby używać sygnałów ultradźwiękowych do ustalania relacji czasoprzestrzennych i synchronizacji zegarów.

Pierwsza Zasada Dynamiki

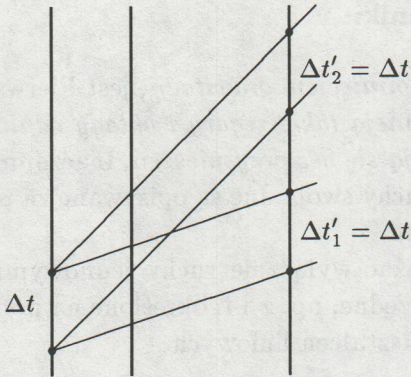
Podstawą całej klasycznej fizyki, z pominięciem grawitacji, jest Pierwsza Zasada Dynamiki Newtona mówiąca, że *istnieją takie zegary i układy odniesienia, względem których ruchy swobodne odbywają się bez przyspieszeń*. Inaczej mówiąc, istnieją współrzędne (x, y, z, t) takie, że ruchy swobodne są opisywane za pomocą *liniowych* związków między współrzędnymi.

Dla uproszczenia będziemy tu rozważać wyłącznie ruchy jednowymiarowe; zatem do ich opisu wystarczą dwie współrzędne, np. x i t , określone na podstawie Pierwszej Zasady z dokładnością do przekształceń liniowych

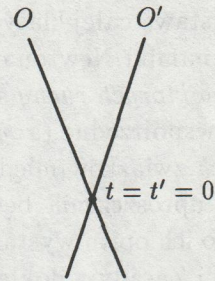
$$x' = ax + bt + x_0, \quad t' = cx + dt + t_0, \quad (1)$$

gdzie a, b, c, d, x_0 i t_0 są stałymi (liczbami rzeczywistymi) i $ad - bc \neq 0$. Kładąc w (1) $a = 1, c = 0$ i $d = 1$ otrzymujemy znane *przekształcenie Galileusza*. Współczynniki a i d wiążą się z możliwością zmiany jednostek, a $c \neq 0$ występuje np. wtedy, gdy posługujemy się zmieniającym się w sposób ciągły czasem słonecznym.

Pierwszą Zasadę w zastosowaniu do ruchów jednowymiarowych można wysłowić tak: zbiór wszystkich zdarzeń jest *płaszczyzną afiniczną*, tzn. taką, na której obowiązuje twierdzenie Talesa, ale nie ma jeszcze twierdzenia Pitagorasa. Wygodnie jest przedstawiać graficznie historie punktów materialnych i obserwatorów: ich zbiory zdarzeń tworzą *linie świata*, które są prostymi w przypadku ruchów swobodnych i obserwatorów inercjalnych. Proste równoległe przedstawiają względny spoczynek. Obserwatorzy, spoczywający względem siebie, mogą uzgodnić wspólną jednostkę czasu, wysyłając do siebie dowolne sygnały, spełniające jedynie warunki, aby ich linie świata były równoległe (rys. 1). Obserwatorzy, którzy w swojej historii mieli wspólne zdarzenie, mogą je przyjąć za początek rachuby czasu, ale sama Pierwsza Zasada nie wystarcza do ustalenia wspólnej jednostki czasu (rys. 2).



Rys. 1. Obserwatorzy spoczywający względem siebie mogą zgodnie ustalić jednostkę czasu, ale nie jego początek

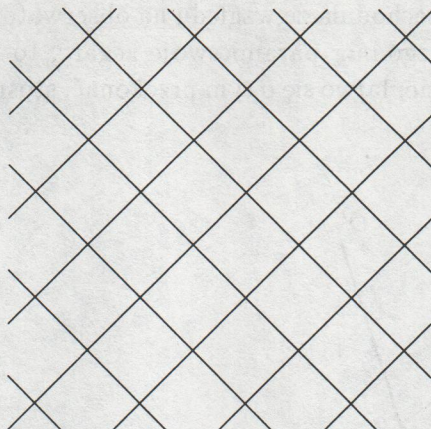


Rys. 2. Obserwatorzy, mający wspólne zdarzenie w swojej historii, mogą je przyjąć za początek rachuby czasu

Postulat o uniwersalnych sygnałach

Aby móc ustalić wspólną jednostkę czasu dla obserwatorów poruszających się względem siebie, a także aby określić zgodny sposób mierzenia odległości i odstępów czasu, trzeba mieć do dyspozycji *rodzinę uniwersalnych sygnałów*, reprezentowanych na płaszczyźnie afinicznej przez dwa zbiory prostych równoległych o tej własności, że przez każdy punkt (zdarzenie) na tej płaszczyźnie przechodzą dokładnie dwie proste rodziny (rys. 3).

Powyższy Postulat zastępuje hipotezę stałości prędkości światła oraz stwierdza niezależność ruchu sygnałów od ruchu źródła. Równoległość linii świata sygnałów poruszających się w tym samym kierunku można lapidarnie, choć niezbyt ściśle, wyrazić w stwierdzeniu, że „foton fotonu nie dogoni”. Od tego miejsca, w niniejszym artykule, cienkie linie na rysunkach przedstawiają linie świata wyróżnionych sygnałów.



Rys. 3. Dwie rodziny prostych równoległych przedstawiają linie światła „sygnałów”

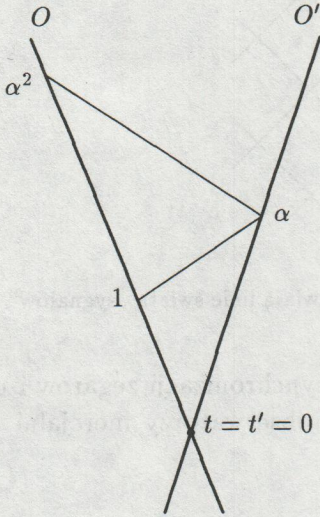
Uzgodniwszy, jakie sygnały będą służyły do synchronizacji zegarów i upewniwszy się, że spełniają one warunki Postulatu, obserwatorzy inercjalni mogą teraz uznać, że obowiązują

Umowa na temat jednostki czasu

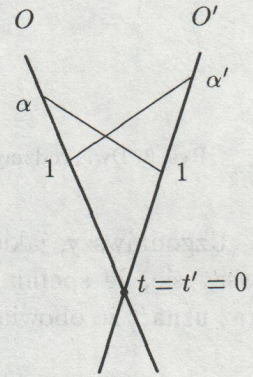
Jak już mówiliśmy, obserwatorzy pozostający w spoczynku jedni względem drugich, mogą uzgodnić jednostkę czasu, używając do tego jakichkolwiek sygnałów. Rozpatrzmy teraz obserwatorów O i O' poruszających się względem siebie: ich linie świata przecinają się w chwili, którą przyjmują za początek liczenia czasu, $t = t' = 0$ (rys. 4). W chwilach, kiedy zegary obu obserwatorów wskazują 1, wysyłają oni sobie nawzajem sygnały wyróżnionego, uniwersalnego rodzaju i notują wskazania, odpowiednio α i α' swoich zegarów w chwilach, kiedy te sygnały do nich docierają.

Jeden z nich („dżentelmen kłania się pierwszy”) postanawia przeskalować swój zegar tak, aby $\alpha = \alpha'$. Współczynnik α ma prostą interpretację fizyczną: jeśli sygnał wysyłany przez O jest monochromatyczny i ma okres T , to odbierany przez O' sygnał będzie miał okres αT . Inaczej mówiąc, α jest *współczynnikiem Dopplera*. Po przeskalowaniu zegarów o jakim była mowa przed chwilą, na mocy twierdzenia Talesa sygnał wysłany przez O w chwili t , odebrany przez O' w chwili αt i natychmiast odbity, wraca do O w chwili $\alpha^2 t$ (rys. 5). Umowa ta jest dobra w tym znaczeniu, że jest symetryczna – obserwatorzy O i O' są na równych prawach

– i konsyistentna, tzn. przechodnia ze względu na obserwatorów: jeśli obserwatorzy O_1 i O_2 oraz O_2 i O_3 uzgodnią parami swoje zegary, to także zegary obserwatorów O_1 i O_3 będą zgodne: łatwo się o tym przekonać, stosując twierdzenie Talesa

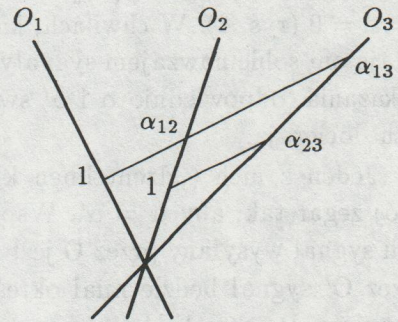
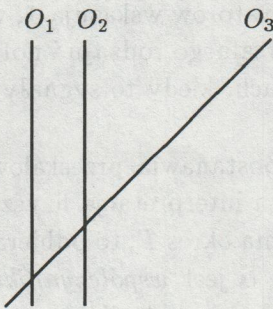


Rys. 4. Umowa $\alpha = \alpha'$ stanowi o równouprawnieniu obserwatorów inercjalnych



Rys. 5. Konsekwencja umowy i twierdzenia Talesa

do sytuacji przedstawionych na rys. 6. O zegarach spełniających warunki naszej Umowy będziemy mówili, że są *dobrze*. Należy jednak podkreślić, że Umowa nie



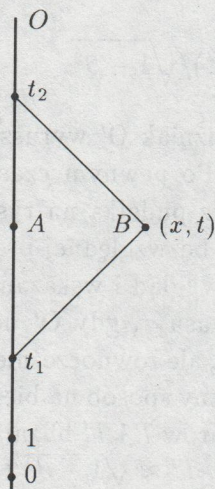
Rys. 6. Umowa na temat jednostki czasu używanej przez różnych obserwatorów jest dobra, bo konsyistentna (przechodnia). Prawo składania współczynnika Dopplera:

$$\alpha_{13} = \alpha_{12}\alpha_{23}$$

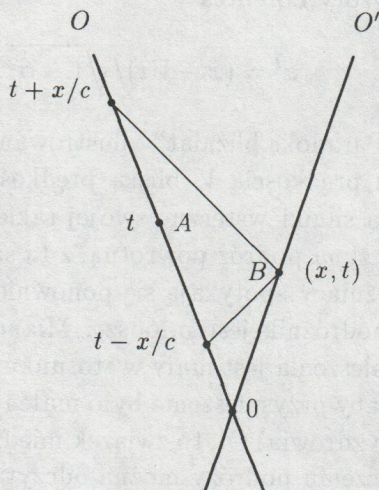
podaje konstrukcji dobrych zegarów. Gdybyśmy np. nawiązali kontakt radiowy i wymianę informacji z odległą cywilizacją pozaziemską, ale nie mogli wysyłać do niej ani odbierać sygnałów biegnących prostoliniowo, bez rozproszeń, to, na podstawie dotychczasowych rozważań nie potrafilibyśmy uzgodnić czym jest jedna sekunda. Zapominając na chwilę o tej trudności, możemy podać

Przepis na pomiary odległości i czasu

Obserwator O uważa zdarzenie B za równoczesne ze zdarzeniem A zachodzącym w chwili $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$, gdzie t_1 i t_2 są odpowiednio wskazaniem jego (dobrego!) zegara, odpowiadającymi wysłaniu i odebraniu sygnałów „spotykających” zdarzenie B (rys. 7). Odległość B od O jest proporcjonalna do $\frac{1}{2}(t_2 - t_1)$; współczynnik proporcjonalności c wybiera się odpowiednio do zakresu rozpatrywanych zjawisk. Na przykład w astronomii często przyjmuje się $c = 1$ i używa roku jednocześnie jako jednostki czasu i odległości. Dopiero teraz, mając metodę pomiaru odległości i czasu, można określić *względną prędkość* dwu obserwatorów lub punktów materialnych. Obserwator O, stwierdziwszy, że O' w chwili t znajduje się od niego w odległości x , określi prędkość O' jako $V = x/t$ (rys. 8).



Rys. 7. Obserwator O uważa zdarzenia A i B za równoczesne i przypisuje zdarzeniu B odległość $x = \frac{1}{2}c(t_2 - t_1)$ oraz czas $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$



Rys. 8. Interpretacja współczynnika α : $x/t = V$ oraz $t + x/c = \alpha^2(t - x/c)$ daje wzór (2)

Z drugiej strony (rys. 5) mamy $t + x/c = \alpha^2(t - x/c)$, co daje

$$\alpha = \sqrt{(1 + \beta)/(1 - \beta)}, \quad (2)$$

gdzie $\beta = V/c$. Obserwator O (rys. 8 i 11) uważa zdarzenia A i B za równoczesne, natomiast zegar obserwatora O' w chwili B wskazuje czas $t' = \alpha(t - x/c)$; na mocy $x = Vt$ oraz równania (2) otrzymujemy stąd wzór na *relatywistyczną dylatację czasu*:

$$t' = \sqrt{1 - \beta^2} t. \quad (3)$$

Podobnie łatwo wyprowadza się *przekształcenia Lorentza* (rys. 9): obserwatorzy O i O' przypisują zdarzeniu Z odpowiednio współrzędne (x, t) i (x', t') ; na podstawie Umowy i twierdzenia Talesa mamy

$$t' - x'/c = \alpha(t - x/c), \quad t + x/c = \alpha(t' + x'/c).$$

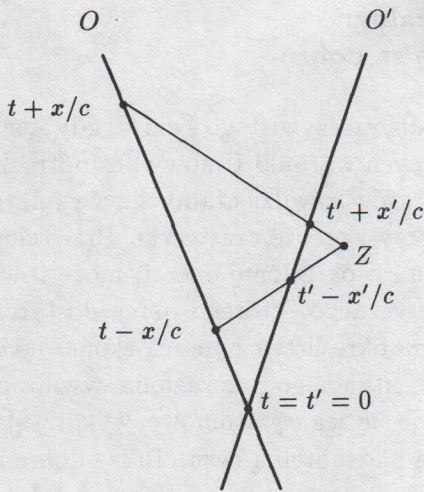
Otrzymujemy stąd *niezmienniczość interwału czasoprzestrzennego*

$$c^2 t'^2 - x'^2 = c^2 t^2 - x^2$$

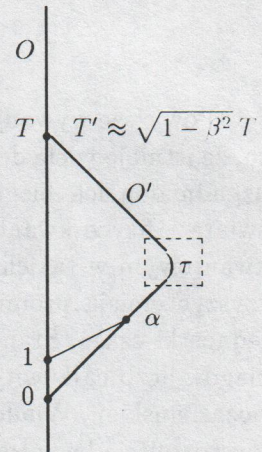
oraz wzory Lorentza

$$x' = (x - Vt)/\sqrt{1 - \beta^2}, \quad t' = (t - Vx/c^2)/\sqrt{1 - \beta^2}. \quad (4)$$

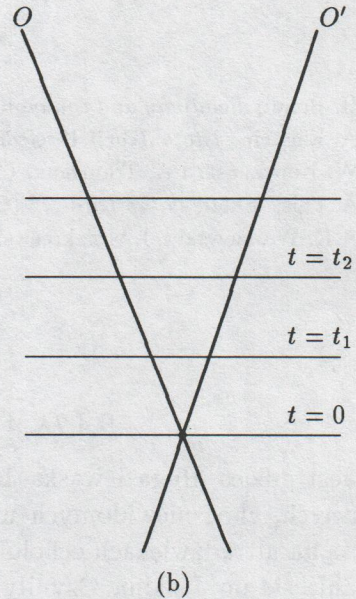
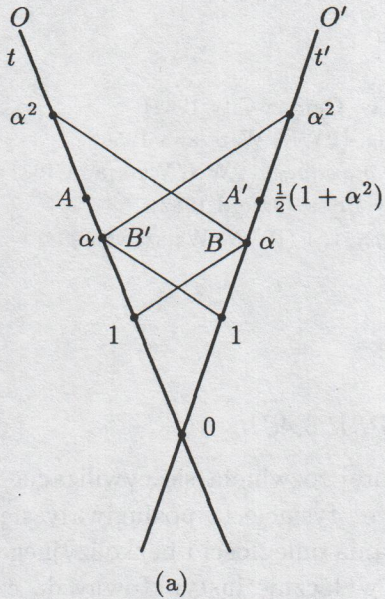
„Paradoks bliźniąt” zilustrowany jest na rys. 10: bliźniak O' wyrusza w podróż z prędkością V bliską prędkości światła, $\beta \approx 1$. Po pewnym czasie, uruchamia silniki wsteczne swojej rakiety (obszar wewnątrz pudełka na rysunku) i rozpoczyna podróż powrotną, z tą samą co do wielkości bezwzględnej prędkością V . Bliźniacy spotykają się ponownie i porównują swój wygląd i wskazania zegarów: podróżnik jest młodszy. Mianowicie, jeśli okres czasu τ , gdy O' doznawał przyspieszenia jest mały w stosunku do trwania podróży, ale równocześnie na tyle duży, aby przyspieszenie było małe i nie wpłynęło w istotny sposób na bieg zegara (i stan zdrowia) O', to związek między wskazaniem zegarów T i T' bliźniaków po zakończeniu podróży można odczytać ze wzoru (3), tzn. $T' \approx \sqrt{1 - \beta^2} T \ll T$.



Rys. 9. Przekształcenie Lorentza: obserwatorzy O i O' przypisują zdarzeniu Z odpowiednio współrzędne (x, t) i (x', t')



Rys. 10. „Paradoks bliźniąt”



Rys. 11. Równoczesność zdarzeń w teorii Einsteina (a) i w teorii Newtona (b). W teorii względności obserwator O uznaje zdarzenia A i B za równoczesne, a A' za zachodzące później niż A . Podobnie, O' uznaje A' i B' za równoczesne, a A za późniejsze od nich.

Fakt doświadczalny: zegary elementarne są dobre

Powyższe wywody nie miałyby znaczenia dla rzeczywistego świata, gdyby nie to, że istnieje wiele dobrych zegarów spełniających warunki Umowy bez potrzeby uzgadniania ich biegu. Znajomość takich zegarów zawdzięczamy fizyce mikroświata – fizyce kwantowej. Są nimi jądra, atomy i proste cząsteczki. Przejściom kwantowym w takich układach między stanami o określonej energii może towarzyszyć emisja promieniowania elektromagnetycznego, którego okres dostarcza jednostki czasu. Stany kwantowe atomu można określić za pomocą skończonych ciągów liczb całkowitych; nadają się one do ewentualnego przekazania cywilizacji pozaziemskiej. Wiadomo, że w praktyce stosuje się zegary atomowe, wykorzystujące przejście kwantowe związane ze strukturą nadsubtelną cezu. Także dobre są „zegary jądrowe”, w których o częstotliwości wysyłanego promieniowania współdecydują oddziaływania silne lub słabe. Świadczy to o jedności przyrody i rzeczywistej uniwersalności geometrii czasoprzestrzeni, wprowadzonej początkowo w oparciu o zjawiska elektromagnetyczne.

Literatura

- [1] H. Bondi, *Relativity and common sense* (Doubleday, Garden City 1964).
- [2] A. Einstein, *Istota Teorii Względności*, tłum. z ang. (PWN, Warszawa 1958).
- [3] W. Kopczyński i A. Trautman, *Czasoprzestrzeń i grawitacja* (PWN, Warszawa 1981).
- [4] A. Pais, *'Subtle is the Lord...'* (Oxford University Press, Oxford 1982).
- [5] A.K. Wróblewski i J.A. Zakrzewski, *Wstęp do fizyki*, t. 1 (PWN, Warszawa 1984).

BAJKA O NIETOPERZACH

Jest gdzieś długa i wąska Jaskinia, w której rozwinęła się cywilizacja inteligentnych, choć niewidomych nietoperzy. Przez tysiąclecia posługiwały się one opartą na ultradźwiękach echolokacją do ustalania odległości i bezkolizyjnego poruszania się po Jaskini. Czyniły to w sposób wyłącznie instynktowny do czasu, kiedy ich wielki uczoney Isaac Einstein podał naukowe ujęcie idei czasu i przestrzeni, zjawisk ruchu i rozchodzenia się dźwięku. Sformułował on Pierwszą Zasadę Dynamiki i Postulat o Uniwersalnych Sygnałach („pisk pisku nie dogoni”), narzucił Umowę na Temat Jednostki Czasu, a nietoperze intuicje na temat odle-

głości zastąpił Przepisem na Pomiary Odległości i Czasu. Od dawien dawna jako jednostkę czasu przyjmowano jedną sekundę, zdefiniowaną jako przeciętny okres bicia nietoperzego serca, a jako jednostkę długości – sekundę ultradźwiękową, tak że prędkość dźwięku wynosiła $C = 1$. Ultradźwiękowa mechanika relatywistyczna święciła tryumfy do czasu, kiedy zbankrutowała Agencja Turystyczna *Żyj Dłużej Dzięki Podróżom*. Jej działalność oparta była na przewidywanym przez teorię zjawisku dylatacji czasu („paradoksie bliźniąt”): długie podróże z prędkością bliską prędkości dźwięku miały opóźnić proces starzenia (w stosunku do nietoperzy, które podróży nie podejmowały). Takich skutków podróży nie zaobserwowano; wynikało stąd, że „zegar biologiczny” nietoperza wcale nie jest „dobry” w znaczeniu nadanym temu przymiotnikowi w Umowie. Okazało się, że jest jeszcze gorzej: żadne ze starannie konstruowanych zegarów nie były dobre w sensie Umowy opartej na uniwersalności sygnałów ultradźwiękowych; dotyczyło to w szczególności doskonałych zegarów atomowych. W tym samym czasie odkryto fale elektromagnetyczne, o których początkowo sądzono, że rozchodzą się z nieskończoną prędkością. Wielki Albert Newton wprowadził *Państwową Służbę Czasu Absolutnego*: polegała ona na wysyłaniu regularnych sygnałów radiowych z nadajnika umieszczonego w jednym końcu Jaskini. W ten sposób nietoperze obaliły teorię względności i zastąpiły ją prostszą i zgodną z obserwacjami teorią Galileusza-Newtona. Upadła także speleologia relatywistyczna. Po pewnym czasie odkryto, że fale elektromagnetyczne rozchodzą się ze skończoną prędkością c , a stosunek c/C wynosi około miliona. Ponieważ trudno sobie wyobrazić teorię tłumaczącą tak dużą liczbę, wysunięto hipotezę, że stosunek c/C jest proporcjonalny do wieku Jaskini. W chwili jej powstawania był on równy 1; obowiązywała wtedy Teoria Małej Unifikacji, zwana także Teorią *Son et Lumière*. Pokazano, że gdyby stosunek c/C nie był taki jaki jest, nie powstałaby Jaskinia umożliwiająca rozwój Inteligentnych Nietoperzy; tę obserwację podniesiono do rangi Zasady Chiropterycznej.

Dochodzą słuchy, że fizyka w Jaskini rozwija się coraz lepiej dzięki wprowadzeniu *stad kwantowych* i *petrologicznej teorii pola*. Mówi się tam także o Nowej Teorii Względności, opartej na uniwersalnej roli sygnałów świetlnych.