PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Un théorème sur les champs de Yang-Mills isotropes.* Note (*) de **Andrzej Trautman,** présentée par André Lichnerowicz.

On démontre qu'à toute famille des géodésiques isotropes sans distorsion dans un espace-temps conforme on peut associer un champ de de Yang-Mills isotrope et sans sources.

MATHEMATICAL PHYSICS. — A Theorem on Isotropic Yang-Mills Fields.

It is shown that, in a conformal space-time, with any congruence of null and shear-free geodesics one can associate a null (isotropic) solution of the Yang-Mills equation without sources.

Soit M un espace-temps conforme que nous définissons ici comme une variété différentiable de classe C^∞, difféomorphe à $\mathbb{R}^4$, orientée et munie d'une classe d'équivalence des métriques pseudoriemanniennes de signature hyperbolique normale, deux tenseurs métriques g et g' étant considérés comme équivalents s'il existe une fonction positive $f: M \to \mathbb{R}$ telle que $g' = fg$. Une configuration de Yang-Mills sur M est décrite par un potentiel A qui est une 1-forme sur M à valeurs dans une algèbre de Lie $\mathfrak{g}$. Le champ de Yang-Mills correspondant :

(1) $$F = dA + \frac{1}{2}[A, A],$$

est une 2-forme à valeurs dans $\mathfrak{g}$. Le dual $\star$ F de F est bien défini par la structure conforme et par l'orientation de M. Les équations de Yang-Mills sans sources s'écrivent :

(2) $$D \star F = 0,$$

où $D = d + [A, \,.\,]$ est la dérivée covariante extérieure. Le champ F est dit *isotrope* s'il existe sur M un champ vectoriel k, ne s'annulant en aucun point de M, tel que :

(3) $$k \lrcorner F = 0$$

et :

(4) $$g(k) \wedge F = 0,$$

où $g(k)$ est la 1-forme associée à k par l'isomorphisme induit par un tenseur g appartenant à la structure conforme de M. Si $F \neq 0$, le champ k est aussi isotrope :

(5) $$k \lrcorner g(k) = 0.$$

Si c'est le cas et L_k dénote la dérivée de Lie par rapport à k, l'équation :

(6) $$g(k) \wedge L_k g(k) = 0,$$

est équivalente à la condition que les trajectoires de k soient des géodésiques isotropes [1]. Il est clair que les conditions (3)-(6) ont un caractère conforme, c'est-à-dire sont invariantes par $g \mapsto g' = fg$. Les conditions d'isotropie (3) et (4) sont aussi invariantes par transformations de jauge.

L'objet de cette Note est de présenter un théorème sur l'existence d'un champ de Yang-Mills isotrope associé à un champ vectoriel k dont les trajectoires constituent une famille des